Littera Scripta. Revista de Filosofía 9 (2025): 109-127
ISSN 2735-6140

# Teoría de la contraparte y lógica modal cuantificada[1][*]

## Counterpart Theory and Quantified Modal Logic

David Kellog Lewis

Traducción: Esteban Echaniz[2]

## 1. Teoría de la contraparte

Podemos guiar la formalización del discurso sobre la mayoría de los tópicos perfectamente bien por medio de nuestra lógica extensional de propósito-general, proveída con predicados y un dominio de cuantificación apropiado para el objeto de estudio en cuestión. Esto es lo que hacemos cuando nuestros tópicos son o números, o conjuntos, o enteros y partes, o cadenas de símbolos. Eso no es lo que hacemos cuando nuestro tópico es la modalidad: lo que puede ser y lo que debe ser, esencia y accidente. A continuación, introducimos operadores modales para crear una lógica no-extensional de propósito-especial. ¿Por qué esto sale de nuestra tradición? ¿Se trata acaso de un accidente histórico, o fue forzado en nosotros de alguna manera por la naturaleza misma del tópico de la modalidad?

No fue forzado en nosotros. Tenemos una alternativa. En vez de formalizar nuestro discurso modal mediante operadores modales, pudimos haber seguido nuestra práctica habitual. Pudimos habernos apegado a nuestra lógica estándar (teoría de la cuantificación con identidad y sin términos singulares in-eliminables) y proveerla de predicados y de un dominio de cuantificación apropiado para el tópico de la modalidad. Hecho aquello, existen ciertas expresiones que sustituyen a los operadores modales. Los nuevos predicados necesarios, conjunto con postulados, constituyen el sistema que llamo *Teoría de la contraparte*.

Los predicados primitivos de la teoría de la contraparte son estos cuatro:

---

[1] El texto original fue publicado el 7 de marzo de 1968 en *The Journal of Philosophy*, *LXV*(5), 113-126.
[*] Estoy en deuda con David Kaplan, cuyas críticas han dado lugar a muchas mejoras importantes. A. N. Prior me ha informado de que mi teoría se asemeja a un tratamiento de la modalidad *de re* que le comunicó P. T. Geach en 1964.
[2] Profesor de Enseñanza Media en Filosofía (Universidad de Valparaíso, Chile) y Magíster© en Filosofía de las Ciencias (Universidad de Santiago de Chile, Chile). Profesor de Filosofía en el Colegio Presbiteriano David Trumbull. Contacto: esteban.echaniz@usach.cl
https://orcid.org/0000-0002-6667-5436

Littera Scripta. Revista de Filosofía 9 (2025): 109-127
ISSN 2735-6140

| | |
|---|---|
| $Wx$ | ($x$ es un mundo posible) |
| $Ixy$ | ($x$ es en el mundo posible $y$) |
| $Ax$ | ($x$ es real) |
| $Cxy$ | ($x$ es una contraparte de $y$) |

El dominio de cuantificación debe contener todos los mundos posibles y todo lo que haya en cada mundo. Los primitivos deben comprenderse de acuerdo con sus interpretaciones en inglés y por los siguientes postulados:

P1: $\forall x \forall y\ (Ixy \supset Wy)$

(No hay nada en nada excepto en un mundo)

P2: $\forall x \forall y \forall z\ (Ixy\ \&\ Ixz\ .\!\supset y = z)$

(No hay nada en dos mundos)

P3: $\forall x \forall y\ (Cxy \supset \exists z Ixz)$

(Lo que sea una contraparte está en un mundo)

P4: $\forall x \forall y\ (Cxy \supset \exists z Iyz)$

(Todo lo que tiene una contraparte está en un mundo)

P5: $\forall x \forall y \forall z\ (Ixy\ \&\ Ixz\ \&\ Cxz\ .\!\supset x = z)$

(Nada es una contraparte de nada más en su mundo)

P6: $\forall x \forall y\ (Ixy \supset Cxx)$

(Cualquier cosa en un mundo es una contraparte de sí mismo)

P7: $\exists x\ (Wy\ \&\ \forall y\ (Ixy \equiv Ay))$

(Algún mundo contiene todo y sólo cosas reales)

P8: $\exists x Ax$

(Algo es real)

El mundo mencionado en P7 es único, debido a P2 y P8. Permitámonos abreviar su descripción:

Littera Scripta. Revista de Filosofía 9 (2025): 109-127
ISSN 2735-6140

$$@ =_{\text{df}\,´\text{x}} \forall y\,(Ixy \equiv Ay) \qquad \text{(El mundo real)}$$

Posibilidades desactualizadas, cosas en mundos distintos al real, han sido usualmente consideradas “entia non grata”[3], mayormente debido a que no está claro cuando son o no son idénticas. Pero la identidad entendida literalmente no es un problema para nosotros. Dentro de cualquier mundo, cosas de todas las categorías se individualizan tal como son en el mundo real; cosas en diferentes mundos *nunca* son idénticas, debido a P2. La relación de contraparte es nuestro substituto para la identidad entre cosas en mundos diferentes[4]. Donde algunos dirían que tú estás en varios mundos, en los cuales tú tienes propiedades diferentes y cosas diferentes te han ocurrido, prefiero decir que estás en el mundo real y no en otro, pero tienes contrapartes en varios otros mundos. Tus contrapartes se asemejan a ti estrechamente en contenido y contexto en aspectos relevantes. Se asemejan a ti estrechamente más que las otras cosas en sus mundos. Pero no son realmente tú. Cada uno de ellos está en su propio mundo, y solo tú estás aquí en el mundo real. En efecto podemos decir, informalmente, que tus contrapartes son tú en otros mundos, que ellos y tu son lo mismo; pero esta mismidad no es más que una identidad literal que la mismidad de tú hoy y tú mañana. Sería mejor decir que tus contrapartes son hombres que tú *pudieses haber sido*, si el mundo hubiese sido de otro modo[5].

La relación de contraparte es una relación de similitud. Por ende, es problemática en la manera en que todas las relaciones de similitud lo son: es el resultado de similitudes y disimilitudes en múltiples aspectos, ponderado por la relevancia de varios aspectos[6] y por los grados de las similitudes[7].

---

[3] W. V. Quine, *World and Object* (Cambridge, Mass.: MIT Press, 1960), p. 245.
[4] Sin embargo, con este substituto en uso, ¡no importaría si algunas cosas *fueran* idénticas con sus contrapartes después de todo! P2 solo sirve para descartar problemas evitables de individualización.
[5] Esta manera de describir las contrapartes se debe a L. Sprague de Camp, “The Wheels of If,” in *Unknown Fantasy Fiction*, octubre, 1940.
[6] Como ya se ha discutido en Michael A. Slote, “The Theory of Important Criteria,” este [esta revista] JOURNAL, LXIII, 8 (Abr. 14, 1966): 211-224.
[7] La relación de contraparte es bastante parecida a la correspondencia intersubjetiva discutida en Rudolf Carnap, *Der Logische Aufbau der Welt* (Berlin-Schlactensee: Weltkreis-Verlag, 1928), sec. 146.

Littera Scripta. Revista de Filosofía 9 (2025): 109-127
ISSN 2735-6140

Carnap[8], Kanger[9], Hintikka[10], Kripke[11], Montague[12] y otros han propuesto interpretaciones de la lógica modal cuantificada en las que una cosa puede estar en varios mundos. Un lector de esta opinión podría sospechar que él y yo únicamente nos diferenciamos verbalmente: que lo que yo llamo una cosa en un mundo es solamente lo que él podría llamar un par <cosa, mundo>, y la misma cosa que él llama en varios mundos es solamente lo que yo llamaría una clase de contrapartes mutuas. Pero cuidado. Nuestra diferencia no es solamente verbal, pues disfruto de una generalidad que él no puede emular. La relación de contraparte no será, en general, una relación de equivalencia. Así que no se mantendrá solamente entre los pares <cosa, mundo> con el mismo primer término, no importa cómo se elija identificar las cosas entre los mundos.

No habría sido posible postular que la relación de contraparte es transitiva. Supongamos que $x_1$ en el mundo $w_1$ se parece a ti estrechamente en muchos aspectos, mucho más estrechamente que cualquier cosa lo es en $w_1$. Y supongamos que $x_2$ en el mundo $w_1$ se parece a $x_1$ estrechamente, mucho más estrechamente que cualquier cosa lo es en $w_2$. Así que $x_2$ es una contraparte de tu contraparte $x_1$. Aun si $x_2$ no se parezca muy estrechamente a ti, y algo más en $w_2$ pudiese parecerse más estrechamente a ti. De ser así, $x_2$ no es tu contraparte.

No habría sido posible postular que, la relación de contraparte es simétrica. Supongamos que $x_3$ en el mundo $w_3$ es una especie de mezcla entre tú hermano y tú; $x_3$ se parece estrechamente a ambos, mucho más estrechamente que cualquier otra cosa en $w_3$ se parezca a cualquiera de ustedes. Por lo tanto, $x_3$ es su contraparte. Pero, también supongamos que el parecido entre $x_3$ y tú hermano es más estrecho que entre $x_3$ y tú. De ser así, tú no eres una contraparte de $x_3$.

No habría sido posible postular que nada en cualquier mundo tiene más de una contraparte en cualquier otro mundo. Supongamos que $x_{4a}$ y $x_{4b}$ en el mundo $x_4$ son gemelos; ambos se parecen a ti estrechamente; ambos se parecen a ti más estrechamente que cualquier cosa lo es en $w_4$; ambos se parecen a ti de igual manera. De ser así, ambos son tus contrapartes.

No habría sido posible postular que no hay dos cosas en cualquier mundo que tenga en común una contraparte en cualquier otro mundo. Supongamos que tú te pareces a los gemelos $x_{4a}$ y $x_{4b}$

[8] "Modalities and Quantification", *Journal of Symbolic Logic*, XI, 2 (Junio 1946): 33-64.
[9] *Provability in Logic* (Stockholm: Almqvist and Wiksell, 1957).
[10] "Modality as Referencial Multiplicity", *Ajatus*, XX (1957): 49-64.
[11] "A Completness Theorem in Modal Logic", *Acta Philosophica Fennica*, XVI (1963): 83-94.
[12] "Logical Necessity, Physical Necessity, Ethics, and Quantifiers", *Inquiry*, III (1960): 259-269.

*Littera Scripta. Revista de Filosofía* 9 (2025): 109-127
ISSN 2735-6140

más estrechamente que cualquier cosa lo es en el mundo real. De ser así, tú eres una contraparte de ambos.

No habría sido posible postular que, para dos mundos cualquiera, cualquier cosa en un mundo es una contraparte de algo en otro mundo. Supongamos que hay algo $x_5$ en el mundo $w_5$ —digamos, por ejemplo, Batman— que no se parece a nada al real. De ser así, $x_5$ no es una contraparte de nada en el mundo real.

No habría sido posible postular que, para dos mundos cualquiera, cualquier cosa en un mundo tiene alguna contraparte en el otro. Supongamos que cualquier cosa $x_6$ en el mundo $w_6$ es lo que se parece más estrechamente a ti que cualquier cosa en $w_6$, sin embargo, es muy diferente a ti; nada en absoluto en $w_6$ se parece a ti estrechamente. De ser así, tú no tienes contraparte en $w_6$.

## 2. Traducción

La teoría de la contraparte y la lógica modal cuantificada parecieran tener el mismo objeto de estudio; parecieran proveer dos maneras distintas de formalizar nuestro discurso modal. En ese caso, deberían ser inter-traducibles; en efecto, lo son. De ahí que no necesite dar indicaciones para la formalización del discurso modal directamente por medio de la teoría de la contraparte; puedo asumir que el lector está habituado a formalizar el discurso modal mediante los operadores modales, entonces, sólo necesito dar indicaciones para traducir las oraciones de la lógica modal cuantificada en oraciones de la teoría de la contraparte.

La teoría de la contraparte tiene al menos tres ventajas sobre la lógica modal cuantificada como vehículo para formalizar el discurso acerca de la modalidad. (1) La teoría de la contraparte es una teoría, no una lógica intensional de propósito-especial. (2) Mientras la obscuridad de la lógica modal cuantificada ha demostrado ser intratable, la de la teoría de la contraparte al menos se divide, si no, superada. Podemos seguir su rastro hacia sus dos fuentes independientes. Existe nuestra incertidumbre acerca de la analiticidad, y, por lo tanto, sobre si ciertas descripciones describen mundos posibles; y existe nuestra incertidumbre sobre la importancia relativa de diferentes aspectos de las similitudes y disimilitudes, y, por lo tanto, sobre qué cosas son contrapartes de qué. (3) Si el esquema de traducción que estoy por proponer es correcto, todas las oraciones de la lógica modal cuantificada tienen el mismo significado que una oración de la

Littera Scripta. Revista de Filosofía 9 (2025): 109-127
ISSN 2735-6140

teoría de la contraparte, su traducción; pero no toda oración de la teoría de la contraparte lo es, o es equivalente a, la traducción de cualquier oración de la lógica modal cuantificada. Por lo tanto, partiendo de una reserva fija de predicados distintos de los de la teoría de la contraparte, podemos decir más añadiendo teoría de la contraparte que añadiendo operadores modales.

Ahora examinemos mi propuesta de esquema de traducción[13]. Comenzaremos con algunos casos especiales importantes, llegando a una definición general.

Primero considerar una oración cerrada (0-lugar) con un único operador modal inicial: $\Box\phi$ o $\Diamond\phi$. Se le da la traducción familiar: $\forall\beta(W\beta \supset \phi^{\beta})$ ($\phi$ se cumple en cualquier mundo posible $\beta$) o $\exists\beta$ $(W\beta\ \&\ \phi^{\beta})$ ($\phi$ se cumple en algún mundo posible $\beta$). Para formar la oración $\phi^{\beta}$ ($\phi$ se cumple en $\beta$) a partir de la oración dada $\phi$, solamente necesitamos restringir el rango de cada cuantificador en $\phi$ al dominio de cosas en el mundo denotado por $\beta$; es decir, reemplazamos $\forall\alpha$ por $\forall\alpha(I\alpha\beta \supset \ldots)$ y $\exists\alpha$ por $\exists\alpha(I\alpha\beta\ \&\ \ldots)$ en todo $\phi$.

Considera a continuación una oración abierta 1-lugar con un único operador modal inicial: $\Box\phi\alpha$ o $\Diamond\phi\alpha$. Se le da la traducción $\forall\beta\forall\gamma(W\beta\ \&\ I\gamma\beta\ \&\ C\gamma\alpha\ .\supset \phi^{\beta}\gamma)$ ($\phi$ se cumple en toda contraparte $\gamma$ de $\alpha$ en cualquier mundo $\beta$) o $\exists\beta\exists\gamma(W\beta\ \&\ I\gamma\beta\ \&\ C\gamma\alpha\ \&\ \phi^{\beta}\gamma)$ ($\phi$ se cumple en alguna contraparte $\gamma$ de $\alpha$ en algún mundo $\beta$). Igualmente, para una oración abierta con cualquier número de lugares.

Si el operador modal no es inicial, traducimos la suboración que rige. Y si hay cuantificadores que no están dentro del alcance de ningún operador modal, debemos restringir su rango al dominio de cosas en el mundo real; ya que ese es su rango en la lógica modal cuantificada, mientras que un cuantificador no restringido en la teoría de la contraparte tendría un alcance sobre al menos todos los mundos y cosas en cualquiera de ellos. Una oración de la lógica modal cuantificada que ***no*** contiene operador modal —una oración no-modal en un contexto modal—

[13] NOTACIÓN: Las oraciones son mencionadas mediante las letras griegas '$\phi$', '$\psi$', … ; las variables por medio de '$\alpha$', '$\beta$', '$\gamma$', '$\delta$', ... . Si $\phi$ es cualquier oración de *n*-lugar y $\alpha_1 \ldots \alpha_n$ son cualesquiera *n* variables diferentes, entonces $\phi\alpha_1 \ldots \alpha_n$ es la oración obtenida por substituir uniformemente $\alpha_1$ para la primera variable alfabéticamente libre en $\phi$, $\alpha_2$ para la segunda, y así sucesivamente. Las variables introducidas en la traducción deben ser escogidas en alguna manera sistemática que prevenga la confusión de las variables ligadas. Las expresiones simbólicas son usadas autonómicamente.

Littera Scripta. Revista de Filosofía 9 (2025): 109-127
ISSN 2735-6140

por lo tanto, se traduce simplemente restringiendo sus cuantificadores a las cosas en el mundo real.

Finalmente, considera una oración en la que hay operadores modales dentro de los alcances de otros operadores modales. Entonces debemos trabajar hacia dentro; para obtener $\phi^\beta$ desde $\phi$ no solo debemos restringir los cuantificadores en $\phi$ sino también traducir cualquier suboración de $\phi$ con operadores modales iniciales.

El esquema de traducción general puede ser presentado mejor como una definición directa de la traducción de una oración $\phi$ de la lógica modal cuantificada:

T1: La traducción de $\phi$ es $\phi^@$ ($\phi$ se cumple en el mundo real); es decir, en notación primitiva, $\exists\beta(\forall\alpha(\mathrm{I}\alpha\beta \equiv A\alpha)\ \&\ \phi^\beta)$

seguida por una definición recursiva de $\phi^\beta$ ($\phi$ se cumple en el mundo $\beta$)

T2a: $\phi^\beta$ es $\phi$, si $\phi$ es atómica

T2b: $(\sim\phi)^\beta$ es $\sim\phi^\beta$

T2c: $(\phi\ \&\ \psi)^\beta$ es $\phi^\beta\ \&\ \psi^\beta$

T2d: $(\phi \vee \psi)^\beta$ es $\phi^\beta \vee \psi^\beta$

T2e: $(\phi \supset \psi)^\beta$ es $\phi^\beta \supset \psi^\beta$

T2f: $(\phi \equiv \psi)^\beta$ es $\phi^\beta \equiv \psi^\beta$

T2g: $(\forall\alpha\phi)^\beta$ es $\forall\alpha(I\alpha\beta \supset \phi^\beta)$

T2h: $(\exists\alpha\phi)^\beta$ es $\exists\alpha(I\alpha\beta\ \&\ \phi^\beta)$

T2i: $(\Box\phi\alpha_1 \ldots \alpha_n)^\beta$ es $\forall\beta_1\forall\gamma_1 \ldots\forall\gamma_n$

$$(W\beta_1\ \&\ I\gamma_1\beta_1\ \&\ C\gamma_1\alpha_1\ \&\ \ldots\ \&\ I\gamma_n\beta_1\ \&\ C\gamma_n\alpha_n\ .\!\supset \phi^{\beta 1}\gamma_1 \ldots \gamma_n)$$

T2j: $(\Diamond\phi\alpha_1 \ldots \alpha_n)^\beta$ es $\exists\beta_1\exists\gamma_1 \ldots\exists\gamma_n$

$$(W\beta_1\ \&\ I\gamma_1\beta_1\ \&\ C\gamma_1\alpha_1\ \&\ \ldots\ \&\ I\gamma_n\beta_1\ \&\ C\gamma_n\alpha_n\ \&\ \phi^{\beta 1}\gamma_1 \ldots \gamma_n)$$

Utilizando estas dos definiciones, encontramos, por ejemplo, que

Littera Scripta. Revista de Filosofía 9 (2025): 109-127
ISSN 2735-6140

$$\forall x Fx$$

$$\Diamond \exists x Fx$$

$$\Box Fx$$

$$\forall x\ (Fx \supset \Box Fx)$$

$$\Box \Diamond\ Fx$$

son traducidas, respectivamente, como

$\forall x\ (Ix@ \supset Fx)$

(Todo lo real es un $F$)

$\exists y\ (Wy\ \&\ \exists x\ (Ixy\ \&\ Fx))$

(Algún mundo posible contiene un $F$)

$\forall y_1 \forall x_1\ (Wy_1\ \&\ Ix_1y_1\ \&\ Cx_1x\ .\supset Fx_1)$

(Toda contraparte de $x$, en cualquier mundo, es un $F$)

$\forall x\ (Ix@ \supset .\ Fx \supset \forall y_1 \forall x_1\ (Wy_1\ \&\ Ix_1y_1\ \&\ Cx_1x\ .\supset Fx_1))$

(Si nada es una contraparte de un $F$ real, entonces es un $F$)

$\forall y_1 \forall x_1\ (Wy_1\ \&\ Ix_1y_1\ \&\ Cx_1x\ .\supset \exists y_2 \exists x_2\ (Wy_2\ \&\ Ix_2y_2\ \&\ Cx_2x_1\ .\supset Fx_2))$

(Toda contraparte de $x$ tiene una contraparte que es un $F$)

La traducción inversa, desde oraciones de la teoría de la contraparte a oraciones de la lógica modal cuantificada, puede hacerse mediante una búsqueda finita siempre y cuando sea posible. Pues si una oración modal $\psi$ es la traducción de una oración $\phi$ de la teoría de la contraparte, entonces $\psi$ debe ser más corta que $\phi$ y $\psi$ no debe contener ni predicados ni variables en $\phi$. Pero no toda oración de la teoría de la contraparte es la traducción de una oración modal. Por ejemplo, no lo son nuestros postulados P1-P7.

Puede molestarnos que la traducción de $\forall x \Box \exists x\ (x = y)$ (Todo lo real necesariamente existe) resulte cierto incluso si algo real carece de contraparte en algún mundo. Para evitar esto,

*Littera Scripta. Revista de Filosofía* 9 (2025): 109-127
ISSN 2735-6140

podríamos tentarnos a adoptar el esquema de traducción alternativo, que me ha hecho saber David Kaplan, en que T2i y T2j son reemplazados por

T2i´: $(\Box\phi\alpha_1 \dots \alpha_n)^\beta$ es $\forall\beta_1 (W\beta_1 \supset \exists\gamma_1 \dots \exists\gamma_n (I\gamma_1\beta_1 \,\&\, C\gamma_1\alpha_1 \,\&\, \dots \,\&\, I\gamma_n\beta_1 \,\&\, C\gamma_n\alpha_n \,\&\, \phi^{\beta 1}\gamma_1 \dots \gamma_n))$

T2j´: $(\Diamond\phi\alpha_1 \dots \alpha_n)^\beta$ es $\exists\beta_1 (W\beta_1 \,\&\, \forall\gamma_1 \dots \forall\gamma_n (I\gamma_1\beta_1 \,\&\, C\gamma_1\alpha_1 \,\&\, \dots \,\&\, I\gamma_n\beta_1 \,\&\, C\gamma_n\alpha_n \,.\!\supset \phi^{\beta 1}\gamma_1 \dots \gamma_n))$

con cuantificadores heterogéneos en lugar de homogéneos. Ir de mal en peor: ¡con T2j´, $\exists x\Diamond (x \neq x)$ (algo real es posiblemente no-auto-idéntico) resulta cierto a menos que todo lo real tenga una contraparte en cada mundo! Podríamos comprometernos a tomar T2i´ y T2j, pero al precio de sacrificar la dualidad ordinaria de necesidad y posibilidad[14]. Por lo tanto, elijo tomar a T2i y T2j.

## 3. Esencialismo

Usualmente Quine nos ha advertido que por cuantificar los operadores modales anteriores nos comprometemos a la mirada de que "un objeto, de sí mismo y con cualquier nombre o sin ninguno, debe ser visto como teniendo algunos de sus rasgos necesariamente y otros contingentemente, a pesar del hecho de que estos últimos rasgos se deducen analíticamente de algunas formas de especificar el objeto como los rasgos anteriores se derivan de otras formas de especificarlo"[15]. El llamado "esencialismo aristotélico" —la doctrina de las esencias no relativa a las especificaciones— "debería ser tan atractiva para [el defensor de la lógica modal cuantificada] como la propia lógica modal cuantificada"[16].

De acuerdo. El esencialismo es atractivo. Tenemos una forma de decir que un atributo es un atributo esencial de un objeto —esencial independientemente de cómo se ha especificado el

---

[14] Si también postulamos que la relación de contraparte es una relación de equivalencia, obtenemos una interpretación como la de Føllesdal en "Referencial Opacity in Modal Logic" (Tesis doctoral no publicada, Harvard, 1961), sec. 20, y en "A Model-Theoretic Approach to Causal Logic", próximamente en *Det Kongeliger Norske Videnskabers Selskabs Forhandlinger*.

[15] "Reference and Modality", en *From a Logical Point of View*, 2da ed. (Cambridge, Mass.: Harvard, 1961), pp. 155.

[16] "Reply to Professor Marcus", en *The Ways of Paradox* (New York: Random House, 1966), p. 182.

Littera Scripta. Revista de Filosofía 9 (2025): 109-127
ISSN 2735-6140

objeto e independientemente de si el atributo se deduce analíticamente de alguna o de todas las especificaciones del objeto.

Considera el atributo expresado por una oración 1-lugar $\phi$ y el objeto denotado por un término singular[17] $\zeta$. Decir que este atributo es un atributo esencial de este objeto es afirmar la traducción de $\Box\phi\zeta$.

Pero, todavía no hemos considerado cómo traducir una oración modal que contiene un término singular. Sabemos pues, que cualquier término singular $\zeta$ puede ser tratado como una descripción $\iota\alpha(\psi\alpha)$ (aunque usualmente sólo dejando que $\psi$ contenga algún predicado artificial hecho a partir de un nombre propio); y sabemos que cualquier descripción puede ser eliminada por la definición contextual de Russell. Nuestro esquema de traducción no tuvo en cuenta los términos singulares porque nunca tienen que ocurrir en la notación primitiva de la lógica modal cuantificada. Siempre debemos eliminar los términos singulares antes de traducir; posteriormente, si queremos, podemos restablecerlos.

Solamente hay un único inconveniente: antes de eliminar una descripción, debemos asignarle un alcance. Habrá distintas opciones de alcance, en general, llevarán a traducciones no equivalentes. Esto es así, incluso si la descripción eliminada denota precisamente una cosa en el mundo real y en cada mundo posible[18].

Tomando $\zeta$ como una descripción $\iota\alpha\,(\psi\alpha)$ y asignándole un alcance estrecho, nuestra oración $\Box\phi\zeta$ es interpretada como

$$\Box\exists\alpha\,(\forall\delta\,(\psi\delta \equiv \delta = \alpha)\ \&\ \phi\alpha)$$

Su traducción bajo esta interpretación es

$$\forall\beta\,(W\beta \supset \exists\alpha\,(I\alpha\beta\ \&\ \forall\delta\,(I\delta\beta\ \supset.\ \psi^{\beta}\delta \equiv \delta = \alpha)\ \&\ \phi^{\beta}\alpha))$$

(Cualquier mundo posible $\beta$ contiene un único $\alpha$ tal que $\psi^{\beta}\alpha$; y para cualquier dicho $\alpha$, $\phi^{\beta}\alpha$)

[17] NOTACIÓN: Los términos son mencionados mediante las letras griegas: '$\zeta$', '$\eta$' … . La oración $\phi\zeta$ es la obtenida por substituir uniformemente el término $\zeta$ en una oración 1-lugar $\phi$.

[18] Sigo el tratamiento de Arthur Smullyan sobre la ambigüedad del alcance en las oraciones modales, que se da en "Modality and Description", *Journal of Symbolic Logic*, XIII, 1 (Marzo 1948): 31-37, tal y como fue calificado por la objeción de Wilson, en *The Concept of Language* (Toronto: University Press, 1959), p. 43, que algunos usos ostensibles de la ley de Leibniz sobre oraciones modales son inválidos bajo *cualquier* elección de alcance en la conclusión.

*Littera Scripta. Revista de Filosofía* 9 (2025): 109-127
ISSN 2735-6140

Esta es una interpretación *de dicto*: el operador modal se adjunta a la ya cerrada oración $\phi\zeta$. Es referencialmente opaca: la traducción de un uso ostensible de la ley de Leibniz

$$\Box\phi\zeta$$

$$\eta = \zeta$$

$$\overline{\phantom{xxxx}}$$

$$\therefore\ \Box\phi\eta$$

o de una generalización existencial ostensible

$$\Box\phi\zeta$$

$$\overline{\phantom{xxxxx}}$$

$$\therefore\ \exists\alpha\,\Box\phi\alpha$$

es un argumento inválido si los términos involucrados son tomados como descripciones con un alcance estrecho.

Tomando $\zeta$ como una descripción con alcance amplio, $\Box\phi\zeta$ es interpretada como

$\exists\alpha\,(\forall\delta\,(\psi\delta \equiv \delta = \alpha)\ \&\ \Box\phi\alpha)$

y traducida como

$\exists\alpha\,(I\alpha@\ \&\ \forall\delta\,(I\delta@\ \supset.\ \psi^{\beta}\delta \equiv \delta = \alpha)\ \&\ \forall\beta\forall\gamma\,(W\beta\ \&\ I\gamma\beta\ \&\ C\gamma\alpha\ .\!\supset \phi^{\beta}\gamma))$

(El mundo real contiene un único $\alpha$ tal que $\psi^{@}\alpha$; y para cualquier contraparte $\gamma$ del mismo, en cualquier mundo $\beta$, $\phi^{\beta}\gamma$)

Esta es una interpretación *de re*: el operador modal se adhiere a la oración abierta $\phi$ para formar una nueva oración modal abierta $\Box\phi$, y el atributo expresado por $\Box\phi$ es entonces predicado de la cosa real denotado por $\zeta$. Esta interpretación es referencialmente transparente: la traducción de un uso ostensible de la ley de Leibniz o de una generalización existencial ostensible es un argumento válido si los términos involucrados son considerados como descripciones con un alcance amplio.

Littera Scripta. Revista de Filosofía 9 (2025): 109-127
ISSN 2735-6140

¿Cómo elegimos entre las dos interpretaciones de $\Box\phi\zeta$? A menudo no podemos, salvo por decreto; existe una ambigüedad genuina. Pero, hay varias condiciones que tienden a favorecer la interpretación de alcance-amplio como la más natural: (1) siempre que $\zeta$ es una descripción formada por convertir un nombre propio en un predicado artificial; (2) siempre que la descripción $\zeta$ tenga lo que Donellan llama su uso referencial[19]; (3) siempre que estamos preparados para aceptar

$\zeta$ es algo $\alpha$ tal que necesariamente $\phi\alpha$

como una posible lectura en inglés de $\Box\phi\zeta$. (La fuerza de la tercera condición es debido al hecho de que $\exists\alpha\,(\zeta = \alpha \,\&\, \Box\phi\alpha)$ es in-ambiguamente equivalente a $\Box\phi\zeta$ con $\zeta$ de alcance amplio[20]).

La traducción de $\Box\phi\zeta$ bajo estas dos interpretaciones es lógicamente independiente. Ninguna se deriva de la otra por sí misma. Pero con ayuda de premisas auxiliares adecuadas podemos ir en ambas direcciones. La inferencia desde la traducción de alcance-estrecho a la traducción de alcance-amplio (exportación[21]) requiere otra premisa.

$$\exists\alpha\,(I\alpha@ \,\&\, \forall\beta\forall\gamma\,(I\gamma\beta \,\&\, C\gamma\alpha\, .\supset \forall\delta\,(I\delta\beta \supset .\ \psi^{\beta}\delta \equiv \delta = \gamma)))$$

(Hay algo $\alpha$ en el mundo real, cualquier contraparte $\gamma$ de la cual es la única cosa $\delta$ en su mundo $\beta$ tal que $\psi^{\beta}\delta$)

la cual es una simplificación equivalente de la traducción de $\exists\alpha\Box\,(\zeta = \alpha)$ con $\zeta$ de alcance estrecho[20]. La inferencia desde la traducción de alcance-amplio a la traducción de alcance-estrecho (importación) requiere la misma premisa auxiliar, y otra también:

$$\exists\alpha\,(I\alpha@ \,\&\, \forall\delta\,(I\delta@ \supset .\ \psi^{@}\delta \equiv \delta = \alpha) \,\&\, \forall\beta\,(W\beta \supset \exists\gamma\,(I\gamma\beta \,\&\, C\gamma\alpha)))$$

(El único $\alpha$ en el mundo real tal que $\psi^{@}\alpha$, tiene al menos una contraparte $\gamma$ en cualquier mundo $\beta$)

[19] "Reference and Definite Descriptions", *Philosophical Review*, LXXV, 3 (Julio 1966): 281-304.
[20] Cf. Hintikka, *Knowledge and Belief* (Ithaca, N.Y.: Cornell, 1962), pp. 156-157.
[21] Sigo el uso de Quine sobre este término en "Quantifiers and Propositional Attitudes", en *The Ways of Paradox*, p. 188.
[20] Cf. Hintikka, *op. cit.*, pp. 138-155.

Littera Scripta. Revista de Filosofía 9 (2025): 109-127
ISSN 2735-6140

Esta segunda premisa auxiliar no es equivalente a la traducción de ninguna oración modal[21].

En general, por supuesto, habrán más de dos maneras de asignar alcances. Considera $\Box\Diamond\ (\eta = \zeta)$. Cada descripción puede ser de alcance estrecho, medio, o amplio; por lo que hay nueve traducciones no-equivalentes.

Es el alcance-amplio, *de re*, traducción transparente de $\Box\phi\zeta$ que dice que el atributo expresado por $\phi$ es un atributo esencial de la cosa denotada por $\zeta$. En pocas palabras, un atributo esencial de algo es un atributo que comparte con todas sus contrapartes. Todas tus contrapartes son probablemente humanos; si es así, tú eres esencialmente humano. Todas tus contrapartes son aún más probablemente corpóreas; si es así, tú eres esencialmente corpóreo.

Un atributo que algo comparte con todas sus contrapartes es un atributo esencial de algo, parte de su esencia. La totalidad de su esencia es la intersección de sus atributos esenciales, el atributo que comparte con todas y solo con sus contrapartes. (*El* atributo, porque no hay necesidad de distinguir atributos que son co-extensivos no solo en el mundo real sino también en todo mundo posible). Puede o no haber oraciones abiertas que expresen el atributo que es la esencia de algo; afirmar que el atributo expresado por $\phi$ es la esencia de la cosa denotada por $\zeta$ es afirmar

$$\exists\alpha\ (I\alpha@\ \&\ \forall\delta\ (I\delta@ \supset.\ \psi^{@}\delta \equiv \delta = \alpha)\ \&\ \forall\beta\forall\gamma\ ((I\gamma\beta \supset.\ C\gamma\alpha \equiv \phi^{\beta}\gamma))$$

(El mundo real contiene un único $\alpha$ tal que $\psi^{@}\alpha$; y por cualquier $\gamma$ en cualquier mundo $\beta$, $\gamma$ es una contraparte de $\alpha$ si y solo si $\phi^{\beta}\gamma$)

Esta oración no es equivalente a la traducción de ninguna oración modal.

Esencia y contraparte son inter-definibles. Acabamos de definir la esencia de algo como el atributo que comparte con todas y solo con sus contrapartes; una contraparte es cualquier cosa que tenga el atributo que es su esencia. (Esto no quiere decir que ese atributo sea la esencia de la *contraparte*, o inclusive un atributo esencial de la contraparte).

Tal vez hay ciertos atributos que solo pueden ser atributos esenciales de cosas, jamás accidentes. Tal vez cada humano debe ser esencialmente humano; más probablemente, tal vez todo lo corpóreo debe ser esencialmente corpóreo. El atributo expresado por $\phi$ es de este tipo, incapaz

[21] Pero bajo cualquier traducción variante en la que T2i es reemplazada por T2i´, sería equivalente a la traducción de $\Box\exists\alpha\ (\zeta = \alpha)$ ($\zeta$ necesariamente existe) con $\zeta$ de alcance amplio.

*Littera Scripta. Revista de Filosofía* 9 (2025): 109-127
ISSN 2735-6140

de ser un accidente, solo en el caso que sea cerrado bajo la relación de contraparte; eso es, solo en el caso

$\forall\alpha\forall\beta\forall\gamma\forall\beta_1$ ($I\alpha\beta$ & $I\gamma\beta_1$ & $C\gamma\alpha$ & $\phi^{\beta}\alpha$ .$\supset$ $\phi^{\beta 1}\gamma$)

(Para cualquier contraparte $\gamma$ en cualquier mundo $\beta_1$ de cualquier cosa $\alpha$ en cualquier mundo $\beta$, si $\phi^{\beta}\alpha$ entonces $\phi^{\beta 1}\gamma$)

Este es un equivalente simplificado de la traducción de

$\Box\forall\alpha\ (\phi\alpha \supset \Box\phi\alpha)$

Podríamos preguntarnos si estos atributos incapaces de ser accidentes son lo que llamamos "géneros naturales". Pero fijémonos primero que debemos ignorar el atributo necesariamente universal, expresado, por ejemplo, por la oración abierta $\alpha = \alpha$, puesto que es un atributo esencial de todo. Y fijémonos segundamente que las uniones arbitrarias de los atributos incapaces de ser accidentes son ellos mismos atributos incapaces de ser accidentes; así que para excluir a los *gerrymanders* debemos nosotros mismos confinarnos a atributos *minimalistas* incapaces de ser accidentes. Todos ellos pueden ser, en efecto, géneros naturales; pero estos no pueden ser los únicos géneros naturales, ya que algunas uniones y todas las intersecciones de los géneros naturales son ellos mismos géneros naturales.

## 4. Principios modales

La traducción a la teoría de la contraparte puede resolver cuestiones controvertidas en lógica modal cuantificada. Podemos probar un principio modal sugerido viendo si su traducción es un teorema de la teoría de la contraparte; o, si no, si los postulados adicionales que lo convertirían en un teorema son plausibles. Examinaremos ocho principios y solo encontraremos uno que deba aceptarse.

$\Box\phi \prec \Box\Box\phi$ (Principio de Becker)

La traducción no es un teorema a menos que $\phi$ sea una oración cerrada, pero habría sido un teorema en general bajo el postulado rechazado de que la relación de contraparte es transitiva.

$\phi \prec \Box\Diamond\phi$ (Principio de Brouwer)

*Littera Scripta. Revista de Filosofía* 9 (2025): 109-127
ISSN 2735-6140

La traducción no es un teorema a menos que $\phi$ sea una oración cerrada, pero habría sido un teorema en general bajo el postulado rechazado de que la relación de contraparte es simétrica.

$$\alpha_1 = \alpha_2 \mathrel{\text{⥽}} \Box\alpha_1 = \alpha_2 \text{ (}\alpha_1 \text{ y } \alpha_2 \text{ no son la misma variable)}$$

La traducción no es un teorema, pero habría sido un teorema bajo el postulado rechazado de que nada en ningún mundo tiene más que una contraparte en cualquier otro mundo.

$$\alpha_1 \neq \alpha_2 \mathrel{\text{⥽}} \Box\alpha_1 \neq \alpha_2 \text{ (}\alpha_1 \text{ y } \alpha_2 \text{ no son la misma variable)}$$

La traducción no es un teorema, pero habría sido un teorema bajo el postulado rechazado de que no hay dos cosas en ningún mundo que tengan una contraparte en común en cualquier otro mundo.

$$\forall\alpha\ \Box\alpha\phi \mathrel{\text{⥽}} \Box\forall\ \alpha\phi\alpha \text{ (Principio de Barcan)}$$

La traducción no es un teorema, pero habría sido un teorema bajo el postulado rechazado de que, para dos mundos cualesquiera, cualquier cosa en uno era una contraparte de algo en el otro.

$$\exists\alpha\ \ \Box\phi\alpha \mathrel{\text{⥽}} \Box\exists\alpha\phi\alpha$$

La traducción no es un teorema, pero habría sido un teorema bajo el postulado rechazado de que, para dos mundos cualesquiera, cualquier cosa en uno tenía su contraparte en el otro.

$$\Box\forall\alpha\phi\alpha \mathrel{\text{⥽}} \forall\alpha\ \ \Box\phi\alpha \text{ (Principio de Barcan Inverso)}$$

La traducción es un teorema.

$$\Box\exists\alpha\phi\alpha \mathrel{\text{⥽}} \exists\alpha\ \ \Box\phi\alpha$$

La traducción no es un teorema, ni habría sido bajo ningún postulado extra con la más mínima plausibilidad.

## 5. Modalidades relativas

Del mismo modo que una oración $\phi$ es necesaria si se cumple en todos los mundos, entonces $\phi$ es causalmente necesario si se cumple en todos los mundos compatibles con las leyes de la naturaleza; obligatorio para ti si se cumple en todos los mundos en que tu actúas correctamente; implícitamente sabido, creído, esperado, afirmado o percibido por ti si se cumple en todos los

*Littera Scripta. Revista de Filosofía* 9 (2025): 109-127
ISSN 2735-6140

mundos compatibles con el contenido de tus conocimientos, creencias, esperanzas, afirmaciones o percepciones. Estás, y muchas más, son modalidades *relativas*, expresables por cuantificaciones sobre rangos restringidos de mundos. Podemos escribir cualquier par dual de modalidades relativas como:

$$\Box^i \delta_1 \ldots \delta_m$$

$$\Diamond^i \delta_1 \ldots \delta_m$$

donde el indéxico $i$ indica cómo la restricción de mundos se va a realizar y los $m$ argumentos $\delta_1, \ldots, \delta_m$, con $m \geq 0$, denota cosas para tener en cuenta al hacer la restricción (digamos, la persona cuyo conocimiento implícito estamos hablando). A cada par dual de modalidades relativas le corresponde una relación característica

$$R^i xyz_1 \ldots z_m \text{ (el mundo } x \text{ es } i\text{-relacionado al mundo } y \text{ y en } z_1, \ldots, z_m)$$

gobernado por el postulado

$$\text{P9: } \forall x \forall y \forall z_1 \ldots \forall z_m (R^i xyz_1 \ldots z_m \supset . Wx \,\&\, Wy \,\&\, Iz_1 y \,\&\, \ldots \,\&\, Iz_m y)$$

La relación característica proporciona la restricción apropiada: debemos considerar solo los mundos $i$-relacionados a cualquier mundo en el que estemos (y ciertas cosas en él). La necesidad y la posibilidad por sí mismas son ese par de modalidades relativas que su relación característica es simplemente la relación universal 2-lugar entre mundos[22].

Podemos fácilmente extender nuestro esquema de traducción para ocuparnos de oraciones que contienen operadores modales misceláneos. Los trataremos igual que tratamos la necesidad y la posibilidad, excepto que los cuantificadores sobre mundos abarcarán solo aquellos mundos que llevan la relación característica apropiada con algún mundo y quizás con algunas cosas en él. La traducción de $\phi$ sigue siendo $\phi^@$; solo tenemos que añadir dos nuevas clausulas a la definición recursiva de $\phi$:

[22] Cf. Hintikka, "Quantifiers in Deontic Logic", *Societas Scientiarum Fennica*, *Commentationes Humanarum Litterarum*, XXIII, 4; Kanger, *op. cit.*; Kripke, *op. cit.*; Montague, *op. cit.*; Prior, "Possible Worlds", *Philosophical Quarterly*, XII, 46 (enero 1962): 36-43; Hintikka, *Knowledge and Belief*, pp. 42-49; Føllesdal, "Quantification into Causal Contexts", en *Boston Studies in the Philosophy of Science*, II (New York: Humanities Press, 1965), pp. 263-274; Hintikka, "The Logic of Perception", presentado en el Coloquio de Filosofía de Oberlin de 1967.

Littera Scripta. Revista de Filosofía 9 (2025): 109-127
ISSN 2735-6140

$$\text{T2i*: } (\Box^i \delta_1 \ldots \delta_m \phi \alpha_1 \ldots \alpha_n)^{\beta} \text{ es } \forall \beta_1 \forall \gamma_1 \ldots \forall \gamma_n$$

$$(R^i \beta_1 \beta \delta_1 \ldots \delta_m \,\&\, I\gamma_1\beta_1 \,\&\, C\gamma_1\alpha_1 \,\&\, \ldots \,\&\, I\gamma_n\beta_1 \,\&\, C\gamma_n\alpha_n \,.\!\supset \phi^{\beta 1}\gamma_1 \ldots \gamma_n)$$

$$\text{T2j*: } (\Diamond^i \delta_1 \ldots \delta_m \phi \alpha_1 \ldots \alpha_n)^{\beta} \text{ es } \exists \beta_1 \exists \gamma_1 \ldots \exists \gamma_n$$

$$(R^i \beta_1 \beta \delta_1 \ldots \delta_m \,\&\, I\gamma_1\beta_1 \,\&\, C\gamma_1\alpha_1 \,\&\, \ldots \,\&\, I\gamma_n\beta_1 \,\&\, C\gamma_n\alpha_n \,\&\, \phi^{\beta 1}\gamma_1 \ldots \gamma_n)$$

(ya que la necesidad y la posibilidad son modalidades relativas, ya no necesitamos T2i y T2j). Por ejemplo, nuestras traducciones de

$$\Box^i \phi$$

$$\Box^i \delta\psi\alpha$$

$$\Box^i \Box^j \delta\phi$$

donde $\phi$ es una oración 0-lugar, $\psi$ es una oración 1-lugar, $\Box^i$ es una modalidad relativa 0-lugar, y $\Box^j$ es una modalidad relativa 1-lugar, son, respectivamente,

$\forall\beta\, (R^i\beta@ \supset \phi^{\beta})$

($\phi$ se cumple en cualquier mundo *i*-relacionado con el mundo real)

$\forall\beta\forall\gamma\, (R^j\beta@\delta \,\&\, I\gamma\beta \,\&\, C\gamma\alpha \,.\!\supset \psi^{\beta}\alpha)$

($\psi$ se cumple para cualquier contraparte $\gamma$ de $\alpha$ en cualquier mundo $\beta$ *j*-relacionado con el mundo real y en $\delta$)

$\forall\beta_1 \forall\gamma\, (R^i\beta@ \,\&\, I\gamma\beta_1 \,\&\, C\gamma\delta \,.\!\supset \forall\beta_2\, (R^j\beta_2\beta_1\gamma \supset \phi^{\beta 2}))$

($\phi$ se cumple en cualquier mundo $\beta_2$ tal que, para algún mundo $\beta_1$ que es *i*-relacionado con el mundo real y para alguna contraparte $\gamma$ en $\beta_1$ de $\delta$, $\beta_2$ es *j*-relacionado con $\beta_1$ y $\gamma$)

El tercer ejemplo ilustra el hecho de que las variables libres que aparecen como argumentos de los operadores modales relativos podrían tener que tratarse mediante la relación de contraparte.

Nuestra discusión anterior sobre los términos singulares como descripciones eliminables sujetas a la ambigüedad de los alcances se traslada, con un cambio: en general, la premisa auxiliar para exportación (y la primera de dos premisas auxiliares para importación) debe ser la traducción

Littera Scripta. Revista de Filosofía 9 (2025): 109-127
ISSN 2735-6140

de $\Box^i\delta_1 \ldots \delta_m (\zeta = \zeta)$ con una aparición de $\zeta$ de alcance amplio y otra de alcance estrecho. La traducción de $\exists\alpha\Box^i\delta_1 \ldots \delta_m (\zeta = \alpha)$ servirá solo para las modalidades relativas, como la necesidad, por lo que $R^i@@\delta_1 \ldots \delta_m$ —y, por lo tanto, la traducción de $\Box^i\delta_1 \ldots \delta_m\phi \supset \phi$— son teoremas bajo los postulados apropiados sobre la *i*-relación. De forma más general, el argumento

$$\Box^i\delta_1 \ldots \delta_m\phi\eta$$

$$\Box^i\delta_1 \ldots \delta_m (\eta = \zeta)$$

$$\overline{\qquad\qquad\qquad}$$

$$\therefore \quad \Box^i\delta_1 \ldots \delta_m\phi\zeta$$

donde $\phi$ es una oración 1-lugar, tiene una traducción válida si $\zeta$ es de alcance amplio y $\eta$ es de alcance estrecho en todo el procedimiento.

Los principios correspondientes a los examinados en la sección IV pueden formularse para cualquier modalidad relativa (o, en el caso de los principios de Becker y Brouwer, para cualquier mezcla de modalidades relativas). La aceptabilidad de tales principios dependerá, en general, no solo de las propiedades lógicas de la relación de contraparte y de las *i*-relaciones involucradas, sino también en las relaciones lógicas *entre* la relación de contraparte y las *i*-relaciones. Por ejemplo, considera una necesidad relativa sin argumentos, de modo que su *i*-relación característica será de 2-lugar. (Una *i*-relación de este tipo suele denominarse relación de *accesibilidad* entre mundos). Y consideremos el principio de Becker para esta necesidad relativa (pero con '⥽' aún definida en términos de la propia necesidad): $\Box^i\phi$ ⥽ $\Box^i\Box^i\phi$; eso es, $\Box(\Box^i\phi \supset \Box^i\Box^i\phi)$. A menudo se dice que el principio de Becker se cumple solo en el caso que la accesibilidad es transitiva, lo cual es correcto si $\phi$ es una oración cerrada. Pero para $\phi$ abierta, el principio de Becker se cumple solo en caso de que

$\forall x_1 \forall y_1 \forall x_2 \forall y_2 \forall x_3 \forall y_3 (Ix_1y_1 \ \& \ Ix_2y_2 \ \& \ Ix_3y_3 \ \& \ Cx_2x_1 \ \& \ Cx_3x_2 \ \& \ R^iy_2y_1 \ \& \ R^iy_3y_2 \ .\supset.\ Cx_3x_1 \ \& \ R^iy_3y_1)$

incluso si ni la accesibilidad ni la relación de contraparte son transitivas.

DAVID K. LEWIS

*Littera Scripta. Revista de Filosofía* 9 (2025): 109-127
ISSN 2735-6140

Universidad de California, Los Angeles

**Agradecimientos**

Este proyecto fue realizado gracias al financiamiento de la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo (ANID) en el marco de la Beca Nacional de Magíster para Profesionales de la Educación (N° Folio 50240036).